

# Эконометрическое моделирование

# Литература

1. Ханк Д.Э., Уичерн Д.У., Райтс А.Дж. Бизнес-прогнозирование, 7-е издание – М.: Изд. Дом «Вильямс», 2003
2. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования/М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2003
3. Вуколов Э. А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов STATISTICA и EXCEL: учебное пособие для студентов вузов / Э. А. Вуколов. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : ФОРУМ, 2011. - 464 с.
4. Боровиков В.П. Прогнозирование в системе Statistica в среде Windows : основы теории и интенсивная практика на компьютере : учебное пособие для студ. вузов / В. П. Боровиков, Г. И. Ивченко. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2006. - 368 с. : ил.
5. Боровиков В. П. Statistica. Искусство анализа данных на компьютере: для профессионалов / В. П. Боровиков. - 2-е изд. - СПб. : Питер, 2003. - 688 с. : ил.

# Введение

Цель: изучение динамики развития социально-экономических процессов и прогнозирование будущего для принятия наилучшего решения

- Анализ накопленных данных
- Построение моделей
- Принятие управленческих решений

# Типы экономических прогнозов

Прогноз – научно обоснованное описание:

- возможных состояний объектов в будущем
- альтернативных путей и сроков достижения этих состояний

- 
- Прогнозирование – процесс разработки прогнозов

- 
- Время упреждения прогноза – интервал времени между моментом, для которого имеются последние статистические данные об объекте, и моментом, к которому относится прогноз

# Функции прогнозирования:

- выявление и анализ сложившихся закономерностей и тенденций экономического развития
- оценка влияния этих тенденций в будущем
- предвидение новых экономических ситуаций, проблем
- выявление возможных альтернатив развития
- обоснование при разработке мероприятий социально-экономического развития
- обоснование выбора оптимального управленческого решения

# Классификация прогнозов

- по виду объекта;
- по масштабу объекта;
- по затратам ресурсов;
- по времени;
- по числу факторов;
- по применяемым методам;
- и т.д

# Классификация по проблемно-целевому критерию:

- поисковый прогноз (исследовательский, генетический, изыскательский и т.д.)
- нормативный прогноз ( программный, целевой)

# Подтипы поисковых и нормативных прогнозов:

- целевой прогноз;
- плановый прогноз;
- программный прогноз;
- проектный прогноз;
- организационный прогноз

# Классификация по времени упреждения

- оперативные (до 1 месяца);
- краткосрочные (до 1 года);
- среднесрочные (до 5 лет);
- долгосрочные (от 5 до 20 лет);
- дальнесрочный (сверхдолгосрочный, >20 лет)

# Классификация по объекту исследования

- естественноведческие ;
- обществоведческие;
- научно-технические;

# Виды социально-экономических объектов прогнозирования

- с полным обеспечением количественной информацией в полном объеме;
- с неполным обеспечением количественной информацией;
- с наличием качественной информации;
- с полным отсутствием информации (несуществующие, проектируемые объекты).

# Классификация по масштабу

- микро-уровень
- мезо-уровень
- макро-уровень
- глобальный уровень

# Этапы прогнозирования

## 1. Сбор данных

- интервал времени между данными
- сопоставимость

## 2. Предварительный анализ данных

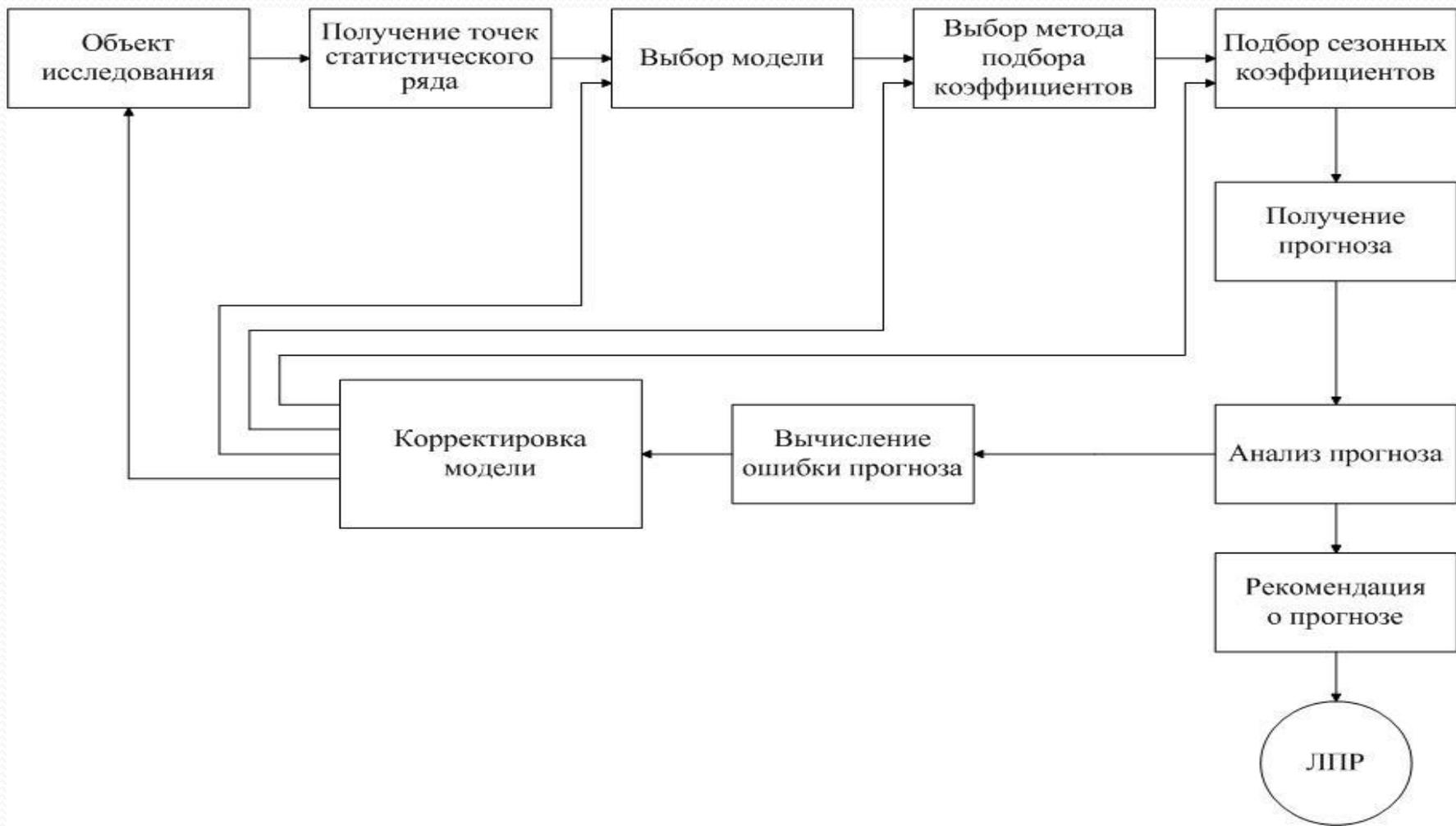
- оценка объёма
- резко выделяющиеся значения
- пропущенные значения

## 3. Построение модели и проверка адекватности

## 4. Экстраполяция модели (прогноз)

## 5. Оценка прогноза

# Укрупненная схема процесса прогнозирования



# Ряды динамики

Временным рядом (динамическим рядом, рядом динамики) называется последовательность значений статистического показателя (признака), упорядоченная по времени

Уровни ряда – отдельные значения временного ряда

# Классификация временных рядов

- по типу временного параметра
  - моментные (значения показателя в определённый момент времени)
  - интервальные (значения показателя за определённые интервалы времени)
- по значениям уровней ряда
  - абсолютные значения
  - относительные значения
  - средние значения

# Пример.

1.

Численность безработных, зарегистр. в службе занятости на конец года						
год	2000	2001	2002	2003	2004	2005
тас.чел.	7059	6288	6270	5951	6116	5542

2.

Выпуск специалистов ВУЗами РФ						
год	2000	2001	2002	2003	2004	2005
тас.чел.	635,1	720,2	840,4	976,9	1076,6	1151,7

## Отличия:

- Сумма уровней интервального ряда дает вполне реальный показатель, а сумма уровней моментного ряда, как правило реального содержания не имеет.

# Пример.

• 3.

Депозиты и вклады физ.лиц в кредитных организациях на начало года, млрд.руб.					
год	2001	2002	2003	2004	2005
тас.чел.	304,5	457,8	649,1	1075,1	1484,7

• 4.

Премиальный фонд на предприятия в 2005г., тыс.руб.				
квартал	1	2	3	4
тас.чел.	99,5	124,1	115	148,7

# Трудности при исследовании рядов динамики:

- важен порядок наблюдений;
- уровни временного ряда часто являются сильно автокоррелированными;
- уровни временного ряда, как правило, не являются одинаково распределенными;
- часто временные ряды содержат небольшое число наблюдений

# Основные аналитические показатели динамического ряда

- абсолютные приросты;
- темпы роста;
- темпы прироста;
- абсолютное значение одного процента прироста.

## Виды показателей

- базисный

производится сравнение с фиксированным уровнем, принятым за базу

- цепной

сравнение производится с предыдущим периодом или моментом времени

- средний

среднее арифметическое

взвешенное среднее арифметическое

# Средний уровень ряда

Интервальный или моментный ряд с равноотстоящими уровнями

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

Моментный ряд с не равноотстоящими уровнями

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2) * t_1 + (y_2 + y_3) * t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n) * t_{n-1}}{2 \sum_{i=1}^{n-1} t_i}$$

# Абсолютный прирост

цепной  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$

или  $\Delta y_t = y_t - y_{t-k} \quad k=1,2,\dots,t-1; t=k+1,\dots,n$

базисный  $\Delta y_t^b = y_t - y_1$

средний  $\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$

- Абсолютный прирост характеризует увеличение или уменьшение уровня ряда за промежуток времени.
- Сумма последовательных цепных абсолютных приростов равна конечному базисному абсолютному приросту.

# Пример.

Динамика производства электроэнергии (млрд кВт.ч)				
год	у	Абсолютный прирост		
		цепной	базисный	средний
1995	14,9	-	-	0,11
1996	14,6	-0,3	-0,3	
1997	13	-1,6	-1,9	
1998	10,9	-2,1	-4	
1999	11,5	0,6	-3,4	
2000	10,7	-0,8	-4,2	
2001	15,7	5	<b>0,8</b>	
		<b>0,8</b>		

# Темп роста T

Цепной темп роста  $T_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\%$

Базисный темп роста  $T_t = \frac{y_t}{y_0} \cdot 100\%$

Средний темп роста (цепного)  $\bar{T} = \left( \frac{y_n}{y_1} \right)^{\frac{1}{n-1}} \cdot 100\%$

Темп роста (снижения) – характеристика интенсивности (относительное изменение уровня динамического ряда за какой-либо период времени).

# Пример.

Динамика производства электроэнергии (млрд кВт.ч)				
год	у	Темп роста (%)		
		цепной	базисный	средний
1995	14,9	-	-	100,88
1996	14,6	97,99	97,99	
1997	13	89,04	87,25	
1998	10,9	83,85	73,15	
1999	11,5	105,50	77,18	
2000	10,7	93,04	71,81	
2001	15,7	146,73	105,37	

# Темп прироста К

- Темп прироста показывает, на сколько % изменился сравниваемый уровень по отношению к уровню, принятому за базу сравнения.

## Цепной темп прироста

$$K_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100\% \quad K_t = T_t - 100\%$$

## Базисный темп прироста

$$K_t^{\bar{}} = \frac{y_t - y_{\bar{}}}{y_{\bar{}}} \cdot 100\% = T_t^{\bar{}} - 100\%$$

## Средний темп прироста

$$\bar{K} = \bar{T} - 100\%$$

# Пример.

Динамика производства электроэнергии (млрд кВт.ч)				
год	у	Темп прироста %		
		цепной	базисный	средний
1995	14,9			0,88
1996	14,6	-2,01	-2,01	
1997	13	-10,96	-12,75	
1998	10,9	-16,15	-26,85	
1999	11,5	5,50	-22,82	
2000	10,7	-6,96	-28,19	
2001	15,7	46,73	5,37	

# Абсолютное значение одного процента прироста $A\%$

- - показывает, какое абсолютное значение скрывается за относительным показателем – одним процентом прироста.
- Базисный  $A^{\bar{o}} = y_{\bar{o}} / 100$
- Цепной  $A^u = y_{t-1} / 100$

# Пример.

Динамика производства электроэнергии (млрд кВт.ч)		
год	у	А %
1995	14,9	-
1996	14,6	0,149
1997	13	0,146
1998	10,9	0,13
1999	11,5	0,109
2000	10,7	0,115
2001	15,7	0,107

# Пункты роста %

- - процентные пункты (разность базисных темпов роста двух смежных периодов)
- **Преимущество:** можно + и -, так как они исчислены по отношению к одной и той же базе, принятой за 100%

# Пример.

Динамика производства электроэнергии (млрд кВт.ч)		
год	у	А %
		Пункты роста %
1995	14,9	-
1996	14,6	-
1997	13	-10,74
1998	10,9	-14,09
1999	11,5	4,03
2000	10,7	-5,37
2001	15,7	33,56
		Итого 7,38

# Компонентный состав временного ряда

- тренд (тенденция)  
систематическая составляющая долговременного действия
- сезонная компонента
- циклическая компонента
- случайная компонента (факторы резкого, внезапного действия текущие факторы)
  - факторы резкого, внезапного действия (вызывают значительные отклонения);
  - текущие факторы (результат действия большого числа побочных причин).

Аддитивная модель

$$y_t = u_t + s_t + v_t + \varepsilon_t$$

Мультипликативная модель

$$y_t = u_t \cdot s_t \cdot v_t \cdot \varepsilon_t$$

Смешанная модель

$$y_t = u_t \cdot s_t \cdot v_t + \varepsilon_t$$

# Стационарные временные ряды

Ряд называется **строго стационарным** (стационарным в узком смысле), если для любых  $m, t_1, t_2, \dots, t_m, \theta$  совместное распределение  $Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_{t_m}$  такое же, как и для  $Y_{t_1+\theta}, Y_{t_2+\theta}, \dots, Y_{t_m+\theta}$

Ряд называется **слабо стационарным** (стационарным в широком смысле), если

$$E(y_t) = E(y_{t+\theta}) = \mu$$

$$Dy_t = E((y_t - \mu)^2) = E[(y_{t+\theta} - \mu)^2] = \gamma(0)$$

$$\text{cov}(y_t, y_{t+\theta}) = E[(y_t - \mu) \cdot (y_{t+\theta} - \mu)] = \gamma(\theta)$$

Для слабо стационарных рядов введём определения.

Автоковариационная функция  $\gamma(\theta)$  (ковариация, характеризующая статистическую связь между уровнями одного и того же временного ряда, отстоящими на  $\theta$  временных тактов)

При  $\theta=0$ , автоковариационная функция равна дисперсии временного ряда.

## Автокорреляционная функция АКФ

$$\rho(\theta) = \frac{\text{cov}(y_t, y_{t+\theta})}{D(y_t)} = \frac{\gamma(\theta)}{\gamma(0)}$$

Значения АКФ характеризуют тесноту статистической связи между уровнями временного ряда, разделенными  $\theta$  временными тактами.

$$|\rho(\theta)| \leq 1, \quad |\rho(0)| = 1$$

Выборочная оценка АКФ:

$$r(\theta) = \frac{\frac{1}{n-\theta} \cdot \sum_{t=1}^{n-\theta} (y_t - \bar{y}) \cdot (y_{t+\theta} - \bar{y})}{\frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2},$$

где  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$

$n$  – длина временного ряда

$\theta$  – временной сдвиг ( $\theta = 1, 2, \dots, n-1$ )

- $r(\theta)$  - коэффициент автокорреляции;
- график АКФ – коррелограмма;
- на практике  $\theta \leq n/4$

- Свойство АКФ:
- Для стационарного временного ряда с увеличением  $\theta$  АКФ должна монотонно убывать по абсолютной величине.
- Св-во может быть нарушено для выборочных АКФ.

## Частная АКФ (ЧАКФ)

ЧАКФ - корреляция между уровнями ряда  $y_t$  и  $y_{t+\theta}$ , при исключении влияния на эту взаимосвязь всех промежуточных уровней ряда.

$$\rho_y(\theta) = \rho(y_t, y_{t+\theta} \mid y_{t+1} = y_{t+2} = \dots = y_{t+\theta-1} = \mu)$$

# Пример

Белый шум (white noise) удовлетворяет условиям:

$$Y_t = \varepsilon_t$$

$$\begin{cases} E\varepsilon_t = 0 \\ E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t\pm\theta}) = \begin{cases} \sigma_0^2, \theta = 0 \\ 0, \theta \neq 0 \end{cases} \end{cases}$$

то есть является стационарным.

# Исследование данных

- Являются ли данные случайными;
- Имеют ли данные тренд;
- Являются ли данные стационарными;
- Имеют ли данные сезонные колебания

- Если коэффициенты автокорреляции между  $y_t$  и  $y_{t-k}$  для любого запаздывания близки к нулю, то ряд данных - случаен.
- Если между  $y_t$  и  $y_{t-1}$  наблюдается сильная корреляция, причем коэфф. автокорреляции существенно отличны от нуля для первых нескольких периодов запаздывания, а с увеличением периода постепенно убывают, то у ряда существует тренд.

- Данные стационарны, если
  - их основные характеристики (среднее и дисперсия) остаются постоянными во времени;
  - значения с течением времени колеблются вокруг фиксированного уровня, не возрастая и не убывая;

- Если значительным оказывается коэффициент автокорреляции порядка  $k$ , то ряд имеет сезонную (циклическую) компоненту.
- Сезонный период запаздывания равен 4 – для квартальных данных, 12 – для ежемесячных.

# Проверка гипотезы о существенности коэфф. автокорреляции

- 1. Проверка нулевой гипотезы
- Но – нулевая гипотеза (о случайном отклонении от нуля коэфф. автокорреляции)
- Для проверки гипотезы используется  $t$ -статистика.
- Если  $t > t_{\text{табл.}}$ , то гипотезу отвергаем
- Если  $t < t_{\text{табл.}}$ , то гипотезу Но принимаем.

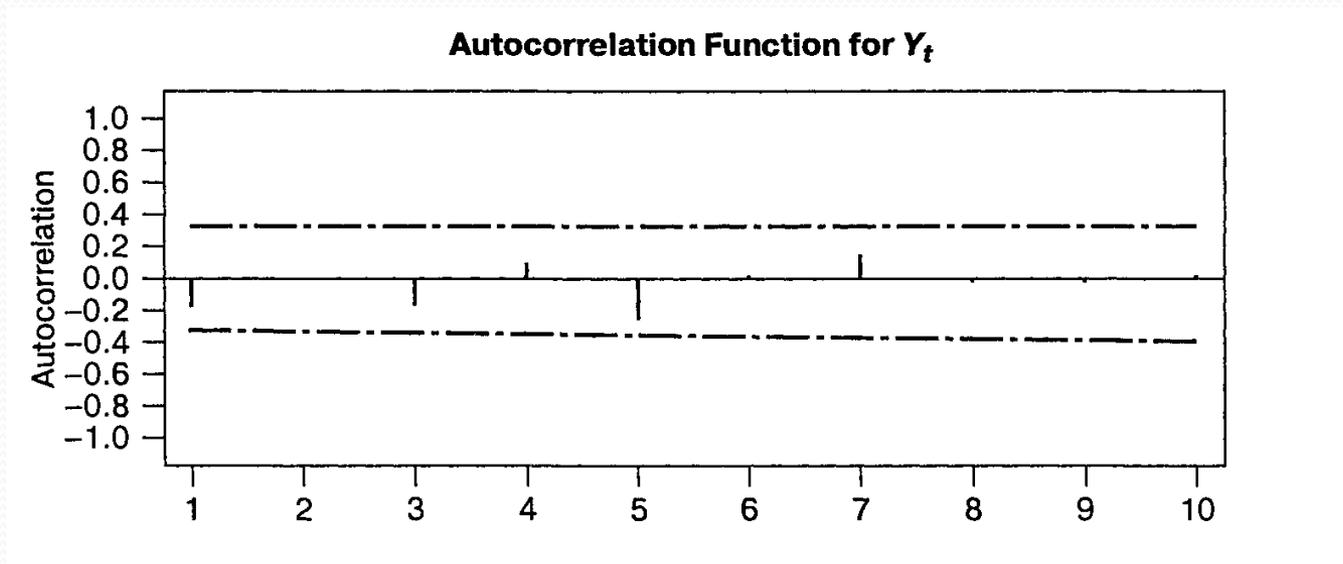
## 2. Тестирование равенства нулю $m$ первых коэффициентов корреляции

Теорема.  $Q$  статистика Льюинга-Бокса

$$Q(r) = n \cdot (n + 2) \cdot \sum_{\theta=1}^m \frac{r^2(\theta)}{n - \theta}$$

имеет  $\chi^2(m)$  распределение, если ряд является белым шумом (стационарным рядом)

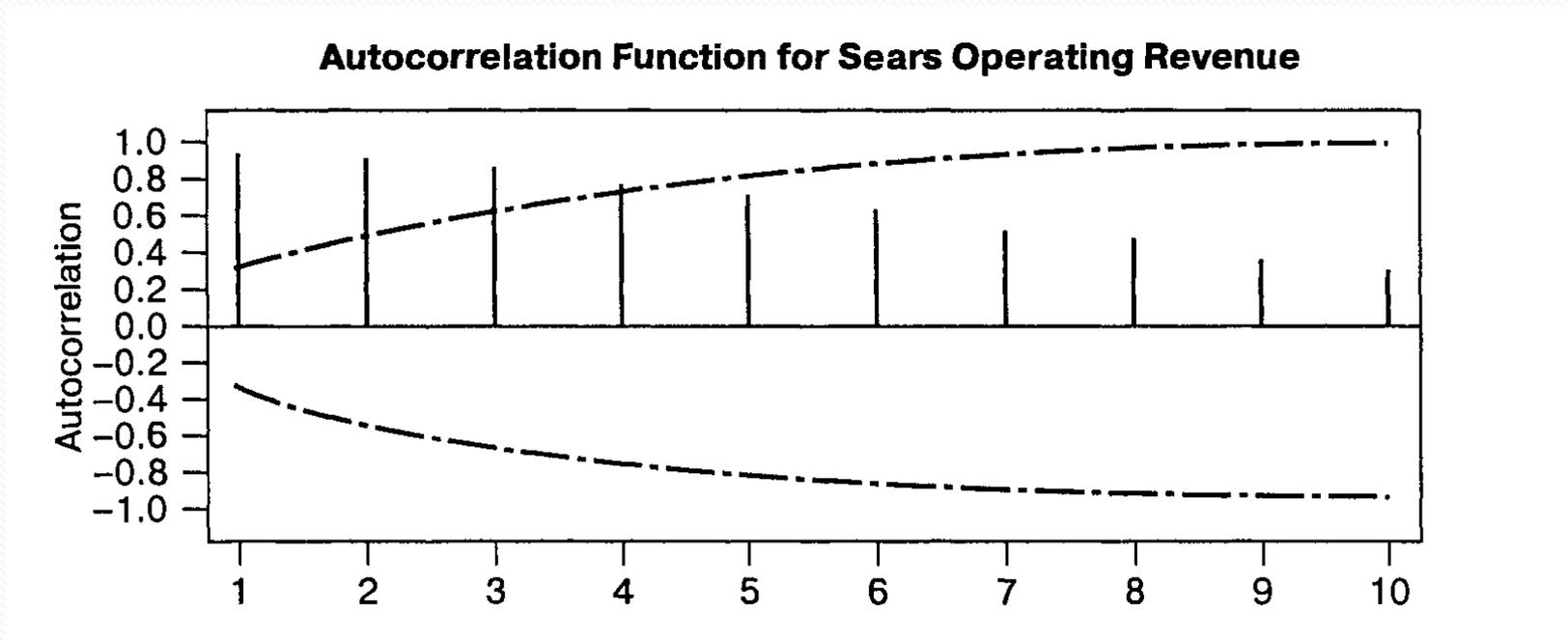
# Пример.



$$Q(r) = 7,75 \quad \chi^2 = 18,3 \quad (n=10)$$

- Вывод:

# Пример.

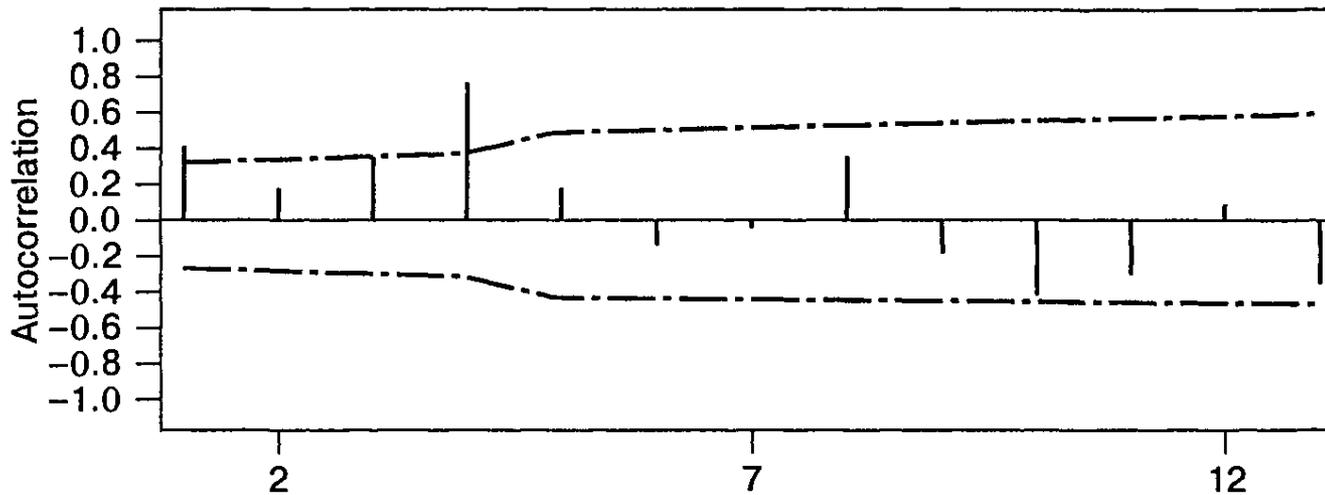


$$Q(r) = 236,12 \quad \chi^2 = 18,3 \quad (n=10)$$

- Вывод:

# Пример

Autocorrelation Function for Outboard Marine Data



$Q(r)$        $\chi^2$

Lag	LBQ	0,05
1	8.50	3,8
2	9.83	6,0
3	14.77	7,8
4	47.11	9,5
5	48.47	11,1
6	49.90	12,6
7	50.04	14,1
8	57.72	15,5
9	59.90	16,9
10	72.53	18,3
11	79.33	19,7
12	79.91	21,0
13	88.90	22,4

Вывод: